

Ein neues Hysterese- und Kriechmodell für piezoelektrische Wandler

Hartmut Janocha, Klaus Kuhnen, Saarbrücken

Herrn Prof. Dr.-Ing. Heinrich Frohne zum 70. Geburtstag

Prof. Dr.-Ing. habil. Hartmut Janocha ist Inhaber des Lehrstuhls für Prozeßautomatisierung (LPA) und Direktionsmitglied im Zentrum für Innovative Produktion (ZIP) der Universität des Saarlandes. Hauptarbeitsgebiete sind Aktorik, Robotik und industrielle Bildverarbeitung.

Dipl.-Ing. Klaus Kuhnen ist wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Prozeßautomatisierung (LPA) der Universität des Saarlandes und auf dem Gebiet der Aktorik einschließlich digitale Signalverarbeitung tätig.

Adresse: Universität des Saarlandes, Lehrstuhl für Prozeßautomatisierung (LPA), D-66041 Saarbrücken, Tel.: (0681) 302-2880. Fax.: (0681) 302-2678

Der vorliegende Beitrag erläutert ein neues Modell zur mathematischen Beschreibung von Systemen mit hysterese- und kriechbehaftetem Übertragungsverhalten. Grundlage der Hysteresemodellierung ist das Preisachmodell, das eine sehr genaue Nachbildung des komplexen Hystereseverhaltens durch die gewichtete Überlagerung von elementaren, schaltenden Hystereseoperatoren ermöglicht. Die Ableitung eines Kriechmodells basiert auf einer Idee von Kortendieck, der analog zum Preisachmodell das nichtlineare Kriechverhalten durch die Überlagerung elementarer Kriechoperatoren beschreibt, die sich aus der Kombination eines elementaren, schaltenden Hystereseoperators mit einem linearen, zeitinvarianten Zustandsraummodell zur Darstellung der Kriechdynamik ergeben. Aus Hysterese- und Kriechmodell wird ein Gesamtmodell gebildet, das hier beispielsweise als Prädiktor innerhalb einer hysterese- und kriechfreien, echtzeitfähigen Kompensationssteuerung für piezoelektrische Festkörperwandler dient. Anhand von Messungen des elektromechanischen Übertragungsverhaltens eines Hochvolt- und eines Niedervolt-Stapelwandlers wird das Modell verifiziert.

A new hysteresis and creep model for piezoelectric transducers

The present article explains a new model for the mathematical description of systems with hysteretic and creep transmission behaviour. The basis of the hysteresis modelling is the Preisach model, which allows a very exact simulation of the complex hysteresis behaviour by weighted superposition of elementary switching hysteresis operators. The derivation of the creep model refers back to Kortendieck, who describes, analogous to the Preisach model, the non-linear creep behaviour by the superposition of elementary creep operators, which result from the combination of an elementary switching hysteresis operator with a linear, time-invariant state-space model to describe the creep dynamic. An overall model, which is composed by the hysteresis and the creep model, in this case serves as a predictor within the hysteresis and creep-free real-time compensation control for piezoelectric solid-state transducers. The model is verified by means of the measuring of the electromechanical transmission behaviour of a high and a low-voltage stack transducer.

1 Einleitung

Um eine hinreichend große Auslenkung von piezoelektrischen Festkörperwandlern gewährleisten zu können, müssen diese mit hohen Spannungsamplituden angesteuert werden. Als Folge der elektrischen Großsignalansteuerung zeigt der Wandlerstellweg neben reversiblen elastischen auch irreversible plastische und viskoplastische Verformungsanteile. Der Grund für die plastischen und viskoplastischen Verformungsanteile liegt in einer durch hohe elektrische Spannungsamplituden hervorgerufenen, irreversiblen Änderung der inneren mikrophysikalischen Struktur des Werkstoffes. Derjenige Teil der Änderungen, der das plastische Verformungsverhalten nach sich zieht, erfolgt dabei nahezu verzögerungsfrei als Reaktion auf eine elektrische Anregung und führt zur Ausbildung eines statischen, hysteresebefahenen Spannung-Stellweg-Zusammenhangs. Dies ist deutlich in Bild 1c zu erkennen, in dem der zeitliche Verlauf der Wandlerreaktion $y(t)$ (Stellweg) in Bild 1b über dem zeitlichen Verlauf der elektrischen Anregung $x(t)$ (Spannung) aus Bild 1a aufgetragen ist.

Die Systemantwort auf ein Anregungssignal nach Bild 1a wird in der Theorie hysteresebefahener Systeme als Umkehrkurven erster Ordnung bezeichnet, da sie den Einfluß der Hysterese im Übertragungsverhalten in der Form von Kennlinienverzweigungen nach dem ersten Vorzeichenwechsel der Änderung des Ansteuersignals aufzeigt. Derjenige Teil der Änderungen, der für den viskoplastischen Verformungsanteil verantwortlich ist, macht sich nach außen hin durch ein ausgeprägtes Nachkriechen des Wandlerstellwegs bemerkbar. Dieses Kriechverhalten zeigt sich in Bild 1b in Form eines gedämpften Einschwingvorgangs, der in Bild 1c zu einer offenen Schleifenbildung führt. Die Abwei-

chung zwischen dem realen Übertragungsverhalten und dem einer linearen Kennlinie beträgt ca. 11 % bezogen auf die Maximalamplitude, wobei ca. 6 % von der Kennlinienhysterese und ca. 5 % vom Werkstoffkriechen herrühren. Daß der Maximalwert des Offsets im Wandlerstellweg schon nach der ersten Signalperiode erreicht wird, deutet darauf hin, daß die Kriechdynamik nicht nur niederfrequente, sondern auch höherfrequente Signalanteile aufweist.

Aufgrund von Änderungen der inneren Struktur des Werkstoffes infolge der Anregung hängt sowohl der statische als auch der dynamische Übertragungsanteil der Wanderauslenkung von der globalen Vorgeschichte des Eingangssignals ab. Dies führt zu Mehrdeutigkeiten im Übertragungsverhalten von piezoelektrischen Energiewandlern, wodurch die in einer offenen Wirkungskette erreichbare Wiederholgenauigkeit stark reduziert wird. Um diesen Nachteil zu umgehen, wird die Position des Wandlers in der Praxis innerhalb einer geschlossenen Wirkungskette geregelt. Dieser Ansatz erfordert jedoch neben zusätzlichen Wegsensoren zur Erfassung der Regelgröße eine Justage und Kalibrierung der Wegsensoren und eine aufwendige Reglereinstellung. Ein alternativer Weg besteht in der Kompensation der nichtidealen Übertragungseigenschaften durch Vorschalten eines inversen Systems in offener Wirkungskette, siehe Bild 2. Die Konstruktion von Algorithmen zur Realisierung eines solchen inversen Systems erfolgt auf der Basis mathematischer Wandlermodelle, welche die gesamte Vorgeschichte des Eingangssignals in ihrem Systemzustand speichern und damit für den nächsten Zeitpunkt eine Vorhersage über die Wandlerreaktion erlauben.

Zur präzisen Erfassung der globalen Vorgeschichte des Eingangssignals wurden in der Vergangenheit insbesondere im Zusammenhang mit der Beschreibung von statischen, hysteresebehafteten Magnetisierungskennlinien Verfahren eingesetzt, die auf dem klassischen Preisachmodell basieren [1,2,6]. Allerdings ist das Preisachmodell vom Ansatz her ein statisches Modell und somit nicht in der Lage, die Kriechdynamik des piezoelektrischen Werkstoffes zu beschreiben. An bekannten dynamischen Erweiterungen des Preisachmodells, die für eine Beschreibung des Kriechverhaltens eingesetzt werden können, sind vor allem das dynamische Preisachmodell von Mayergoyz [3], das dynamische Preisachmodell von Bertotti [4] und das dynamische Preisachmodell von Kortendieck [5] zu nennen. Ausgehend von dem Ansatz von Kortendieck wird im vorliegenden Beitrag ein neues Modell vorgestellt, das neben der Erfassung der globalen Vorgeschichte des Eingangssignals auch die Dynamik des Kriechens berücksichtigt. Aufgrund der besonderen Modellstruktur lassen sich sehr effiziente Algorithmen ableiten, so daß das Modell als Grundlage für eine Echtzeit-Signalverarbeitung zur On-line-Kompensation des hysterese- und kriechbehafteten Übertragungsverhaltens eingesetzt werden kann.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Hysteresemodell nach Preisach

Eine Möglichkeit statisches, hysteresebehaftetes Übertragungsverhalten zu beschreiben, bietet das bereits in den 30er Jahren entwickelte Preisachmodell (PM). Die zugrundeliegende Idee besteht darin, eine hysteresebehaftete Kennlinie, wie sie in Bild 3a dargestellt ist, durch eine gewichtete Überlagerung elementarer, schaltender Hystereseoperatoren $\gamma_{\alpha\beta}[\cdot]$ der Form

$$\xi_{\alpha\beta}(t) = \gamma_{\alpha\beta} [x(t), \xi_{\alpha\beta}(t_0)] = \begin{cases} 0 & \text{für } x(t) \leq \beta \\ 1 & \text{für } x(t) \geq \alpha \\ 0 \text{ oder } 1 & \text{je nach Vorgeschichte von } x(t) \end{cases} \quad (1)$$

mit den Schaltschwellen α und β nachzubilden, wobei die Abwärtsschwelle β stets kleiner oder gleich der Aufwärtsschwelle α ist, vergl. Bild 3b. $\xi_{\alpha\beta}(t)$ beschreibt den zeitlichen Verlauf des binären Systemzustandes des elementaren Hystereseoperators $\gamma_{\alpha\beta}[\cdot]$ in Abhängigkeit vom Eingangssignal $x(t)$ und vom Wert des Systemzustands $\xi_{\alpha\beta}$ zum Anfangszeitpunkt t_0 . Das klassische Preisachmodell wird durch den Operator

$$y_h(t) = D[x(t)] := \iint_{\alpha \geq \beta} d(\alpha, \beta) \cdot \gamma_{\alpha\beta} [x(t), \xi_{\alpha\beta}(t_0)] d\alpha d\beta \quad (2)$$

definiert und kann anschaulich als eine Parallelschaltung von unendlich vielen, mit einer Funktion $d(\alpha, \beta)$ gewichteten, elementaren Hystereseoperatoren verstanden werden, wobei jede Schwellwertkombination (α, β) nur einmal vorkommt, siehe Bild 4. Die spezielle Form der mit dem PM zu beschreibenden Hysterese Kennlinie wird durch die Gewichtungsfunktion $d(\alpha, \beta)$ festgelegt. Beispielsweise wurde zur mathematischen Nachbildung der Hysterese Kennlinie nach Bild 3a eine Gewichtungsfunktion der Form $d(\alpha, \beta) = (\alpha - \beta)^2$ verwendet. Für die numerische Berechnung des PM wird das Doppelintegral (2) durch eine Doppelsumme über endlich viele gewichtete, elementare Hystereseoperatoren ersetzt. Durch diese Vorgehensweise wird jedoch mittelbar eine Amplitudendiskretisierung durchgeführt, so daß für eine hinreichend genaue Nachbildung des Übertragungsverhaltens sehr viele Elementaroperatoren benötigt werden. Da diese Vorgehensweise zu einem hohen Aufwand bei der Berechnung des Systemzustands und bei der Bildung des Ausgangssignals des Preisachmodells führt, wird die numerische Berechnung mit Hilfe eines speziell entwickelten Algorithmus durchgeführt, der diese Nachteile vermeidet. Dieser basiert auf einer geometrischen Interpretation des Preisachmodells, die den binären Charakter der Zustandsvariablen des Preisachmodells nutzt.

Eine herausragende Eigenschaft des Preisachmodells besteht darin, daß in seinem Systemzustand, der durch die Gesamtheit der Systemzustände $\xi_{\alpha\beta}(t)$ aller Elementaroperatoren gebildet wird, alle Information über die für das statische Übertragungsverhalten relevante, globale Vorgeschichte des Eingangssignals gespeichert ist. Damit besitzt das Preisachmodell eine Eigenschaft, die im Hinblick auf die mathematische Beschreibung des plastischen und viskoplastischen Verformungsanteils im Wandlerstellweg von piezoelektrischen Festkörperwandlern gefordert wird. Da die Herleitung des Algorithmus zur numerischen Berechnung des Preisachmodells und der Beweis für die globalen Speichereigenschaften den Rahmen dieses Beitrags sprengen würden, sei auf die ausführlichen Darstellungen in [5] und [6] verwiesen.

2.2 Kriechmodell nach Kortendieck

Kortendieck befaßte sich mit Kriechphänomenen in Werkstoffen bei mechanischer Belastung und warf in diesem Zusammenhang die Frage auf, wie die beobachtete Abhängigkeit des Kriechverhaltens von der Vorgeschichte des Eingangssignals im Rahmen einer phänomenologischen Modellierung berücksichtigt werden kann [3]. Der Idee von Preisach folgend, bestand sein Vorschlag für eine Modellbildung darin, analog zur Hysteresemodellierung das nichtlineare, viskoplastische Kriechverhalten durch eine Überlagerung von elementaren Kriechoperatoren $\phi_{\alpha\beta}[\cdot]$ nachzubilden, die neben der Information über die Kriechdynamik auch Information über die Vorgeschichte des Eingangssignals beinhalten.

Dazu werden die konstanten Gewichtungsfaktoren $d(\alpha, \beta)$ im klassischen Preisachmodell, die letztlich als lineare, statische Übertragungssysteme interpretiert werden können, durch lineare, zeitinvariante, dynamische Systeme in Zustandsform, also

$$\begin{aligned}\dot{z}_{\alpha\beta}(t) &= \underline{A}(\alpha, \beta) \cdot z_{\alpha\beta}(t) + \underline{b}(\alpha, \beta) \cdot \xi_{\alpha\beta}(t) \\ y_{\alpha\beta}(t) &= \underline{c}^T \cdot z_{\alpha\beta}(t)\end{aligned}\quad (3)$$

mit

$$\underline{A}(\alpha, \beta) = \begin{pmatrix} \lambda_1(\alpha, \beta) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2(\alpha, \beta) & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n(\alpha, \beta) \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$$\underline{b}^T(\alpha, \beta) = (b_1(\alpha, \beta) \quad b_2(\alpha, \beta) \quad \dots \quad b_n(\alpha, \beta)) \quad (5)$$

und

$$\underline{c}^T = (1 \quad 1 \quad \dots \quad 1) \quad (6)$$

ersetzt. Mit diesem Modell wird die Dynamik eines elementaren Kriechvorgangs durch den Zustandsvektor $\underline{z}_{\alpha\beta}$ eines Differentialgleichungssystems erster Ordnung beschrieben, bei dem die auf der Hauptdiagonalen der Systemmatrix \underline{A} stehenden Kriecheigenwerte λ_1 bis λ_n von den Schaltschwellenvariablen des elementaren Hystereseeoperators $\gamma_{\alpha\beta}[\cdot]$ abhängen. Über die ebenfalls von den Schaltschwellenvariablen abhängigen Komponenten des Steuervektors \underline{b} wirkt das Ausgangssignal des Hystereseeoperators $\gamma_{\alpha\beta}[\cdot]$ auf den elementaren Kriechprozeß ein. Das Ausgangssignal $y_{\alpha\beta}$ des elementaren Kriechmodells ergibt sich aus der skalaren Multiplikation des Ausgangsvektors \underline{c} mit dem Zustandsvektor $\underline{z}_{\alpha\beta}$. Da Kriechvorgänge neben sehr langsamen auch schnellere dynamische Anteile aufweisen, sind die Eigenwerte über einen breiten Frequenzbereich verteilt. Aufgrund der Linearität und Zeitinvarianz der Zustandsdifferentialgleichung läßt sich (3) in die Integraldarstellung

$$\begin{aligned} y_{\alpha\beta}(t) &= L_{\alpha\beta} \left[\xi_{\alpha\beta}(t), \underline{z}_{\alpha\beta}(t_0) \right] \\ &:= \underline{c}^T \cdot e^{\underline{A}(\alpha, \beta) \cdot (t-t_0)} \cdot \underline{z}_{\alpha\beta}(t_0) + \int_{t_0}^t \underline{c}^T \cdot e^{\underline{A}(\alpha, \beta) \cdot (t-\tau)} \cdot \underline{b}(\alpha, \beta) \cdot \xi_{\alpha\beta}(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (7)$$

überführen, die sich als eine Berechnungsvorschrift für den linearen, zeitinvarianten Operator $L_{\alpha\beta}[\cdot]$ nutzen läßt. Nach dem Einsetzen von (1) für $\xi_{\alpha\beta}(\tau)$ in (7) wird der elementare Kriechoperator $\phi_{\alpha\beta}[\cdot]$ durch

$$y_{\alpha\beta}(t) = \phi_{\alpha\beta} \left[x(t), \xi_{\alpha\beta}(t_0), \underline{z}_{\alpha\beta}(t_0) \right] := L_{\alpha\beta} \left[\gamma_{\alpha\beta} \left[x(t), \xi_{\alpha\beta}(t_0) \right], \underline{z}_{\alpha\beta}(t_0) \right] \quad (8)$$

definiert. Formal analog zum Preisachmodell ergibt sich das Ausgangssignal des Kriechmodells nach Kortendieck durch die lineare Superposition unendlich vieler elementarer Kriechoperatoren zu

$$y_k(t) = K[x(t)] := \iint_{\alpha \geq \beta} \phi_{\alpha\beta} \left[x(t), \xi_{\alpha\beta}(t_0), \underline{z}_{\alpha\beta}(t_0) \right] d\alpha d\beta . \quad (9)$$

Gl. (9) läßt sich analog zum Preisachmodell als eine Parallelschaltung unendlich vieler Kriechoperatoren interpretieren, wobei in Bild 5 die Kriechoperatoren $\phi_{\alpha\beta}[\cdot]$ durch die Reihenschaltung von elementarem Hystereseeoperator $\gamma_{\alpha\beta}[\cdot]$ und linearem Operator $L_{\alpha\beta}[\cdot]$ nach Gl. (8) dargestellt ist.

2.3 Reduziertes Kriechmodell

Die numerische Behandlung des Kriechmodells nach Gl. (9) gestaltet sich im Unterschied zur numerischen Berechnung des Preisachmodells sehr aufwendig, da jeder elementare Kriechoperator einzeln ausgewertet und aufsummiert werden muß. Aus diesem Grund muß das Modell für seinen Einsatz in einer digitalen Signalverarbeitung zur On-line-Kompensation des Kriechverhaltens vereinfacht werden. Eine sinnvolle Maßnahme zur Reduktion der Komplexität des Kriechmodells besteht darin, die Kriecheigenwerte unabhängig von den Schaltschwellenvariablen α und β anzunehmen. Inwieweit diese Annahme gerechtfertigt ist, läßt sich aufgrund des phänomenologischen Modellansatzes letztlich nur an der damit erzielbaren Modellgüte beurteilen. Ausgehend von dieser Annahme ergibt sich für (9), wenn für $\phi_{\alpha\beta}[\cdot]$ Gl. (8), für $L_{\alpha\beta}[\cdot]$ Gl. (7) und für $\xi_{\alpha\beta}(t)$ Gl. (1) eingesetzt wird,

$$y_k(t) = \underline{c}^T \cdot e^{A(t-t_0)} \cdot \iint_{\alpha \geq \beta} \underline{z}_{\alpha\beta}(t_0) d\alpha d\beta + \int_{t_0}^t \underline{c}^T \cdot e^{A(t-\tau)} \cdot \iint_{\alpha \geq \beta} \underline{b}(\alpha, \beta) \cdot \gamma_{\alpha\beta} [x(\tau), \xi_{\alpha\beta}(t_0)] d\alpha d\beta d\tau \quad (10)$$

Hierbei wird die Integration über die Zeit τ vor der Integration über die Schaltschwellenvariablen α, β ausgeführt und die von den Schaltschwellenvariablen unabhängigen Ausdrücke vor das Doppelintegral geschrieben. Das zweite Doppelintegral in Gl. (10) beschreibt aber gerade für jede Komponente des Vektors $\underline{b}(\alpha, \beta)$ das Preisachmodell, so daß mit

$$\underline{B}[x(t)] := \begin{pmatrix} \iint_{\alpha \geq \beta} b_1(\alpha, \beta) \cdot \gamma_{\alpha\beta} [x(t), \xi_{\alpha\beta}(t_0)] d\alpha d\beta \\ \iint_{\alpha \geq \beta} b_2(\alpha, \beta) \cdot \gamma_{\alpha\beta} [x(t), \xi_{\alpha\beta}(t_0)] d\alpha d\beta \\ \vdots \\ \iint_{\alpha \geq \beta} b_n(\alpha, \beta) \cdot \gamma_{\alpha\beta} [x(t), \xi_{\alpha\beta}(t_0)] d\alpha d\beta \end{pmatrix} \quad (11)$$

und

$$\underline{z}(t_0) := \iint_{\alpha \geq \beta} \underline{z}_{\alpha\beta}(t_0) d\alpha d\beta \quad (12)$$

Gl. (10) auf den Ausdruck

$$y_k(t) = \underline{c}^T \cdot e^{A(t-t_0)} \cdot \underline{z}(t_0) + \int_{t_0}^t \underline{c}^T \cdot e^{A(t-\tau)} \cdot \underline{B}[x(\tau)] d\tau \quad (13)$$

reduziert werden kann. Hierbei wurde das erste Doppelintegral über die Anfangswerte der dynamischen Zustandsvektoren $\underline{z}_{\alpha\beta}(t_0)$ zu dem Anfangswert eines dynamischen Gesamtzustandsvektor $\underline{z}(t_0)$ zusammengefaßt. Der Berechnungsaufwand für das reduzierte Kriechmodell (13) verringert sich damit gegenüber dem Modell von Kortendieck auf die numerische Lösung einer Integralgleichung, wobei für die Berechnung der n im Integral auftretenden Preisachmodelle, wie schon zuvor angedeutet, speziell entwickelte, echtzeitfähige Verfahren eingesetzt werden.

2.4 Kriech- und Hysteresemodell für piezoelektrische Wandler

Zur Nachbildung des elektromechanischen Übertragungsverhaltens realer piezoelektrischer Stapelwandler muß dem kriechbehafteten ein hysteresebehafteter Übertragungsanteil überlagert werden. Damit ergibt sich das neue Modell aus der Parallelschaltung eines Kriech- und eines Hysterese Modells. Verwendet man zur Beschreibung der Kriechvorgänge das reduzierte Kriechmodell (13) und zur Beschreibung der hysteresebehafteten Kennlinie das Preisachmodell (2), so folgt für das neue Modell

$$y(t) = y_h(t) + y_k(t) = \underline{c}^T \cdot e^{\underline{A}(t-t_0)} \cdot \underline{z}(t_0) + \int_{t_0}^t \underline{c}^T \cdot e^{\underline{A}(t-\tau)} \cdot \underline{B}[x(\tau)] d\tau + D[x(t)] \quad (14)$$

Diesem Modell in Integralform entspricht das Zustandsraummodell

$$\begin{aligned} \dot{\underline{z}}(t) &= \underline{A} \cdot \underline{z}(t) + \underline{B}[x(t)] \\ y(t) &= \underline{c}^T \cdot \underline{z}(t) + D[x(t)] \end{aligned} \quad (15)$$

mit

$$\underline{A} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \lambda_2 & & & 0 \\ \cdot & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \lambda_n \end{pmatrix} \quad (16)$$

und

$$\underline{c}^T = (1 \ 1 \ \dots \ 1), \quad (17)$$

wobei die Systemmatrix \underline{A} aufgrund der eingangs getroffenen Annahme im Unterschied zu Gl. (4) von den Schaltschwellenvariablen der elementaren Hystereseoperatoren unabhängig ist. Der Signalflußplan dieses Modells ist in Bild 6 dargestellt. Im Rahmen der Modellvorstellung werden plastische, d.h. ohne zeitliche Verzögerung ablaufende, hysteresebehaftete Vorgänge im Systeminneren durch

das Preisachmodell des Systemdurchgangs $D[\cdot]$ beschrieben, während die für viskoplastische Vorgänge typische Abhängigkeit der Kriechdynamik von der globalen Vorgeschichte des Eingangssignals in den Preisachmodellen berücksichtigt wird, welche die Komponenten des Steuervektors $\underline{B}[\cdot]$ bilden.

3 Ergebnisse

Zur Beurteilung des neuen Modells hinsichtlich der erreichbaren Güte bei der Nachbildung des Kriech- und Hystereseverhaltens wurden an je einem piezoelektrischen Hochvolt- und einem Nieder-voltstapelwandler Messungen des elektromechanischen Übertragungsverhaltens durchgeführt. Dazu wurden die Wandler mit einem Testsignal nach Bild 1a angeregt und die Wandlerauslenkungen mittels eines Laserinterferometers erfaßt.

Zur Nachbildung des Übertragungsverhaltens wurden neben einem Hysteresemodell nach Preisach zur Beschreibung des plastischen Übertragungsanteils ein reduziertes Kriechmodell fünfter Ordnung zur Beschreibung des viskoplastischen Übertragungsanteils herangezogen. Dazu wurden die Kriecheigenwerte logarithmisch äquidistant in einem Frequenzbereich vorgegeben, der sich vom dreifachen Wert der Abtastfrequenz bis zum Kehrwert der Beobachtungsdauer erstreckt. Für die Gewichtungsfunktion der Preisachmodelle wurde der Ansatz

$$d(\alpha, \beta) = -\frac{\partial^2 F(\alpha, \beta)}{\partial \alpha \partial \beta} \quad (18)$$

mit

$$F(\alpha, \beta) = \frac{a_1 \cdot (\alpha - \beta) + a_2 \cdot (\alpha - \beta)^2}{1 + a_3 \cdot (\alpha - \beta) + a_4 \cdot (\alpha - \beta)^2} \quad (19)$$

gewählt.

Die Funktion $F(\alpha, \beta)$ ist eine analytische Nachbildung des ersten aufsteigenden Kennlinienastes der Umkehrkurven erster Ordnung. Die zur quantitativen Beschreibung des realen Wandlerverhaltens notwendige Identifikation der Parameter a_i der Preisachmodelle erfolgt mit Hilfe rechnergestützter Optimierungsverfahren, mit denen die Abweichung zwischen berechnetem und gemessenem Ausgang-Eingang-Übertragungsverhalten des Wandlers minimiert wird.

In Bild 7 sind die auf die Maximalamplitude normierten Meßwerte der Wandlerreaktion y des Hochvolt- und des Niedervoltwandlers auf die Anregung x nach Bild 1a über der Zeit t durch Kreise gekennzeichnet. In Bild 8 erfolgt die Darstellung der auf die Maximalamplitude normierten Meßwerte des Wandlerstellwegs y über der anregenden, auf die Maximalamplitude normierten Spannung x . Während in den Darstellungen nach Bild 7 das durch dynamische Kriechvorgänge hervorgerufene Driften des Ausgangssignals y von der Nulllinie deutlich zu erkennen ist, zeigt Bild 8 die für hysteresebefahene Übertragungssysteme typischen starken Kennlinienverzweigungen nach dem Vorzeichenwechsel der Änderung des Eingangssignals.

Neben den Meßwerten sind in den Bildern 7 und 8 die mit Hilfe des neuen Modells berechneten Verläufe dargestellt. Bild 7 zeigt, daß das Modell das Kriechverhalten der Wandlerreaktion richtig wiedergibt. Aber auch das in Bild 8 besser zu erkennende Hystereseverhalten wird vor allem beim Hochvoltwandler in guter Übereinstimmung mit der Messung beschrieben. Die geringere Approximationsgüte beim Niedervoltwandler resultiert aus stärker ausgeprägten Hystereseeffekten und Kriecherscheinungen im Wandlerübertragungsverhalten. Eine Verbesserung der Übereinstimmung könnte in diesem Fall durch eine geeignetere Wahl der Funktion $F(\alpha, \beta)$ erreicht werden.

Abschließend sind in Bild 9 die zeitlichen Verläufe der Differenz zwischen dem realen und dem vom neuen Modell verursachten Übertragungsverhalten für den Hochvolt- und den Niedervoltwandler dargestellt (man beachte die unterschiedliche Ordinatenkalibrierung). In diesem Zusammenhang ist von Interesse, welche Verbesserung mit dem Einsatz des Gesamtmodells (14) bzw. (15) gegenüber einer Beschreibung mit einer linearen Kennlinie zu erzielen ist. Während der zeitliche Verlauf der Differenz e zwischen dem realen und dem durch eine lineare Kennlinie verursachten Übertragungsverhalten beim Hochvoltwandler bis zu 11 % der Maximalamplitude bei Volllastaussteuerung beträgt, wird diese durch den Einsatz des neuen Modells auf Werte bis zu 1 % reduziert. Dies entspricht einer Verbesserung um eine Größenordnung. Beim Niedervoltwandler fällt dieses Verhältnis aus den oben genannten Gründen ungünstiger aus. Hier beträgt die Differenz zwischen dem realen und dem von einer linearen Kennlinie verursachten Übertragungsverhalten bis zu 12 % der Maximalamplitude bei Volllastaussteuerung gegenüber einem Wert von 3 % bei Einsatz des neuen Modells.

Der zeitliche Verlauf der Differenz zwischen dem realen und dem von einer linearen Kennlinie verursachten Übertragungsverhalten zeigt gegenüber dem Differenzsignal bei Einsatz des neuen Modells zwei signifikante Merkmale, die auf die im Großsignalbetrieb auftretenden Hystereseeffekte und Kriecheffekte im realen Wandlerverhalten zurückzuführen sind. Zum einen zeigt das Differenzsignal aufgrund der Hystereseeffekte eine große Abhängigkeit von der Amplitude des Anregungssignals. Zum anderen weist es aufgrund der Kriechphänomene im Mittel deutliche Schwankungen auf. Diese Merkmale fehlen dem Differenzsignal des neuen Modells sowohl beim Niedervolt- als auch beim Hochvolt-

wandler völlig. Mit dem neuen Modell ist im Differenzsignal kein signifikanter Unterschied zwischen Klein- und Großsignalaussteuerung zu erkennen, was als ein Hinweis für die Korrektheit des Modells bei der Nachbildung der bei piezoelektrischen Stapelwandlern auftretenden Hysterese- und Drifteffekte gedeutet werden kann.

4 Zusammenfassung und Ausblick

Am Beispiel von piezoelektrischen Festkörperwandlern wurde ausgehend von einem Ansatz von Preisach zur Beschreibung hysteresebehafteten Übertragungsverhaltens und einer Idee von Kortendieck zur Beschreibung kriechbehafteten Übertragungsverhaltens ein neues Modell vorgestellt, welches Systeme mit plastischem und viskoplastischem Übertragungsverhalten allgemeingültig und realistisch nachbildet. Da es sich hierbei um ein rein phänomenologisches Modell handelt, das die im Systeminneren ablaufenden mikrophysikalischen Prozessen abstrahiert, ist sein Einsatz - über die hier vorgestellte Anwendung weit hinausgehend - überall dort denkbar, wo es auf eine präzise, echtzeitfähige, mathematische Beschreibung plastischer und viskoplastischer bzw. hysterese- und kriechbehafteter Phänomene im Werkstoffverhalten ankommt. Dabei ist es unerheblich, welche physikalische Größe die Anregung und welche die Systemreaktion beschreibt. Aufgrund der im Vergleich zur Kortendieckschen Idee stark vereinfachten Struktur des neuen Kriechmodells lassen sich zur Berechnung sehr effiziente Algorithmen aufstellen, wodurch eine wesentliche Voraussetzung für die Realisierung einer hysterese- und kriechfreien On-line-Steuerung für piezoelektrische Wandler geschaffen wird [6].

Danksagung

Die Autoren danken der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) für die finanzielle Unterstützung des Forschungsprojektes, in dessen Rahmen die vorliegenden Ergebnisse entstanden sind.

Literatur

- [1] **A. Bergqvist:** *On magnetic hysteresis modeling*. Royal Institute of Technology, Electric Power Engineering, Stockholm, Sweden (1994).
- [2] **I. D. Mayergoyz:** *Mathematical models of hysteresis*. Springer-Verlag, New York, (1991).
- [3] **I. D. Mayergoyz:** *Dynamic Preisach model of hysteresis*. IEEE Trans. Magn. 24, (1988), 2925-2927.

- [4] **G. Bertotti:** *Dynamic generalization of the scalar Preisach model of hysteresis.* IEEE Trans. Magn. 28 No. 5, (1992), 2599-2601.
- [5] **H. Kortendieck:** *Entwicklung und Erprobung von Modellen zur Kriech- und Hysteresiskorrektur.* VDI Verlag, Düsseldorf, (1993).
- [6] **J. Schäfer, M. Ney, H. Janocha:** *Kompensation von Kennlinienhysterese am Beispiel von Festkörperaktoren.* at 4/95, (1995), 187-193.

- Bild 1:** Normierte Wandler signale
a) Elektrische Anregung $x(t)$
b) Mechanische Reaktion $y(t)$
c) Mechanische Reaktion y über der elektrischen Anregung x
- Bild 2:** Kompensation des nichtidealen Übertragungsverhaltens durch ein inverses System
- Bild 3:** Hysteresebehaftete Kennlinie
a) Hystereseschleife eines realen Werkstoffs
b) Elementarer, schaltender Hystereseoperator
- Bild 4:** Signalflußplan des klassischen Preisachmodells
- Bild 5:** Signalflußplan des Kriechmodells nach Kortendieck
- Bild 6:** Modellstruktur des Gesamtmodells
- Bild 7:** Normierte Wandlerreaktion $y(t)$ auf die Anregung $x(t)$ nach Bild 1a
a) Hochvoltwandler
b) Niedervoltwandler
- Bild 8:** Normierter Wandlerstellweg y über der anregenden Spannung x
a) Hochvoltwandler
b) Niedervoltwandler
- Bild 9:** Modellfehler $e(t)$ des Gesamtmodells im Vergleich zu einer linearen Kennlinie
a) Hochvoltwandler
b) Niedervoltwandler

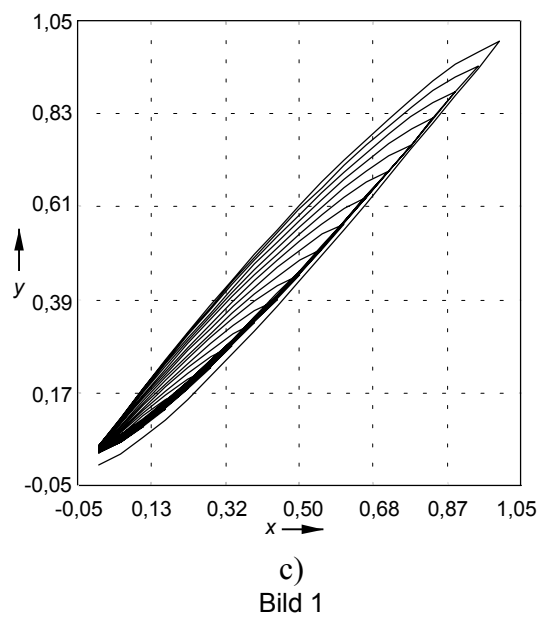
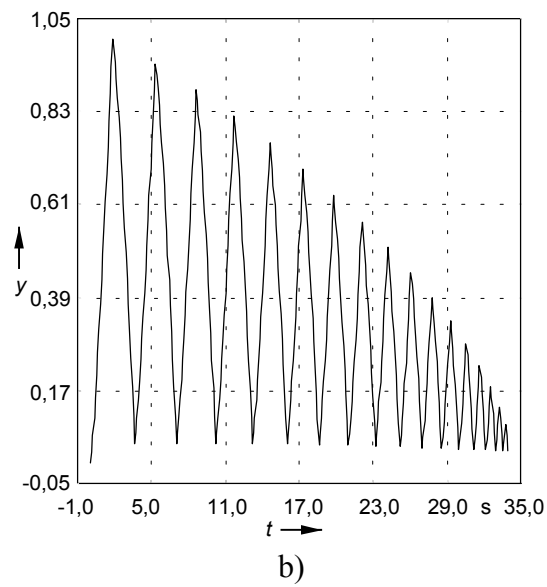
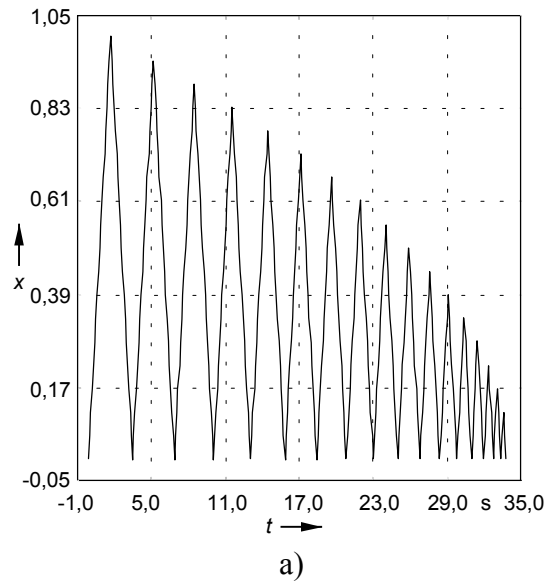


Bild 1

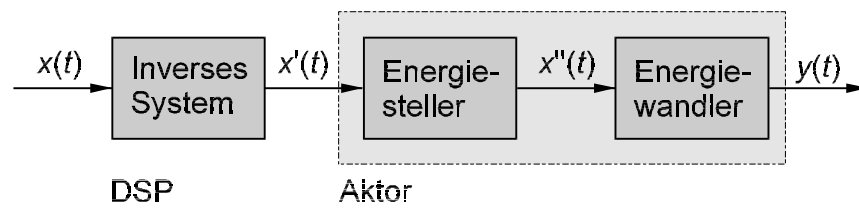


Bild 2

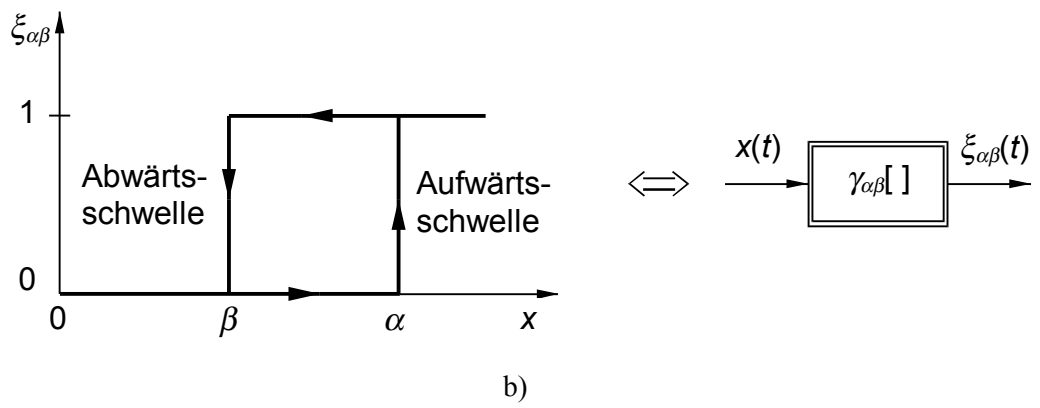
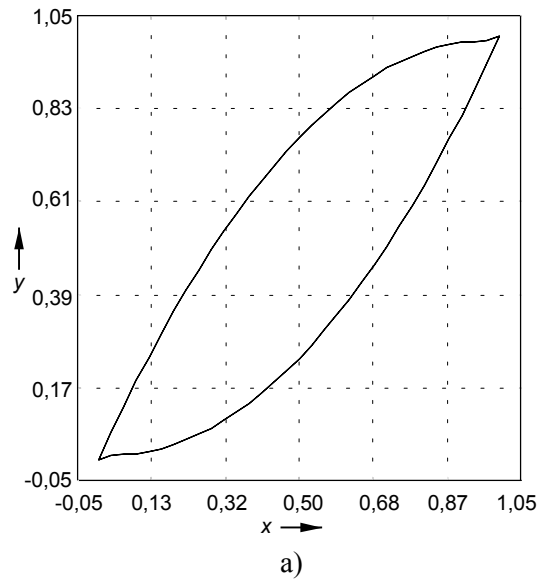


Bild 3

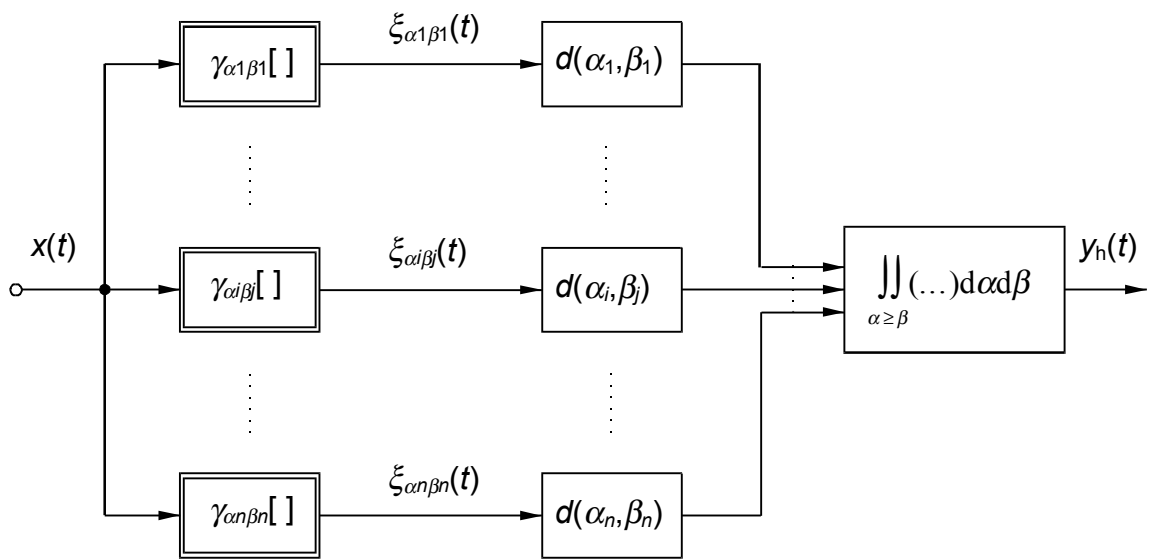


Bild 4

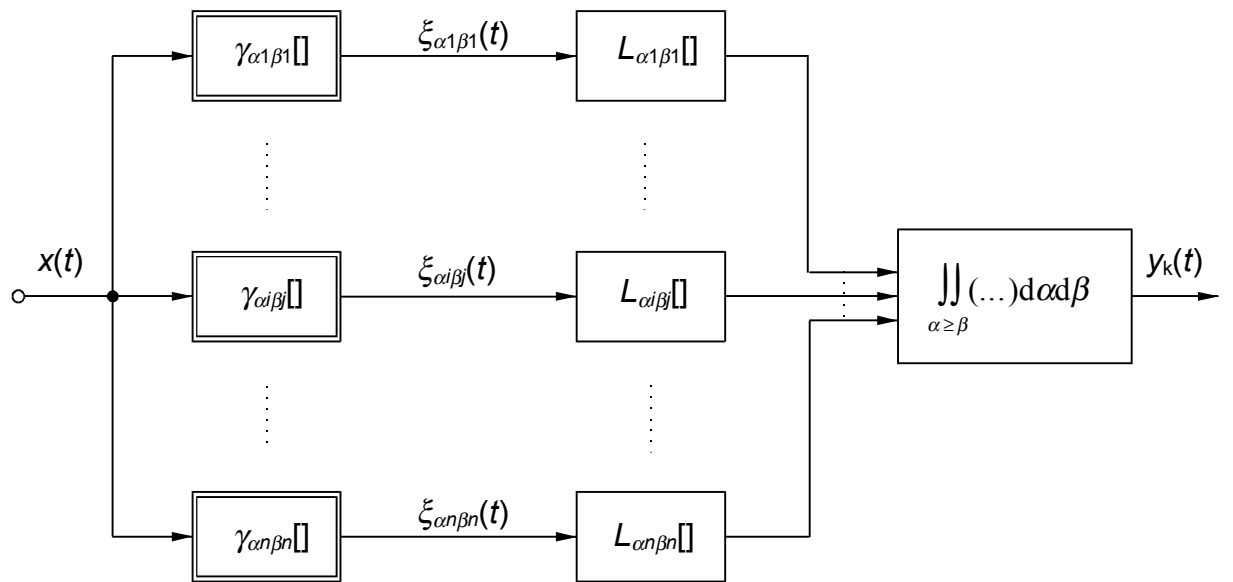


Bild 5

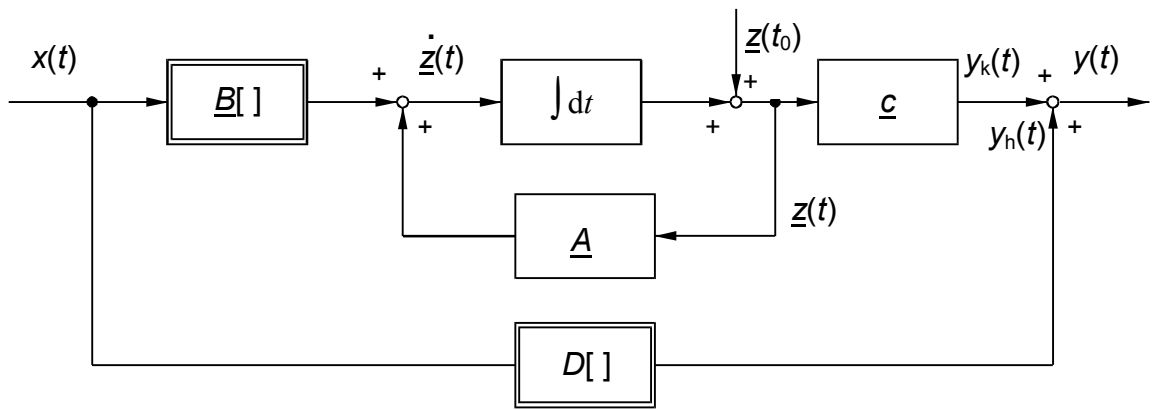
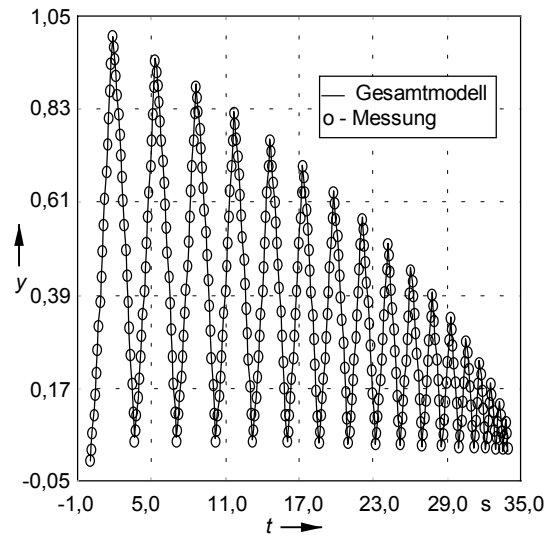
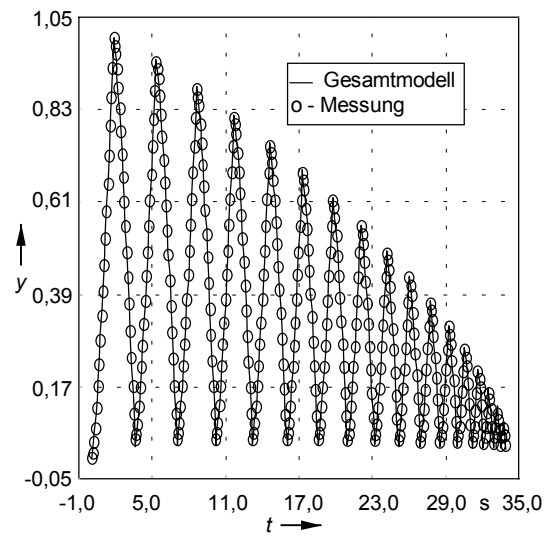


Bild 6

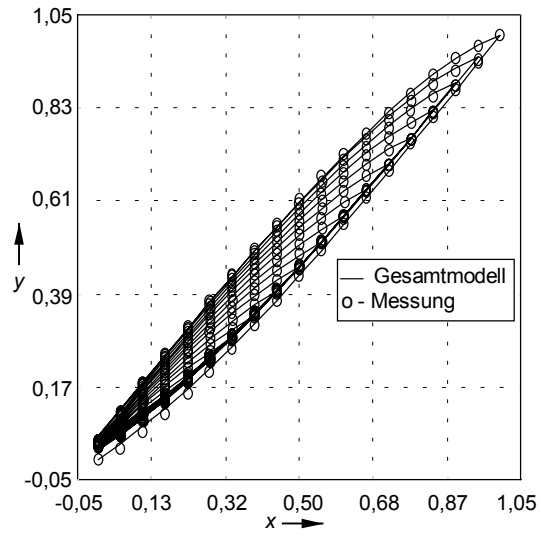


a)

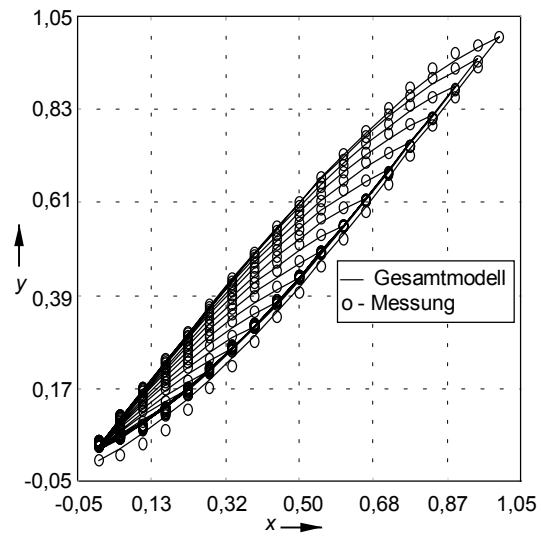


b)

Bild 7

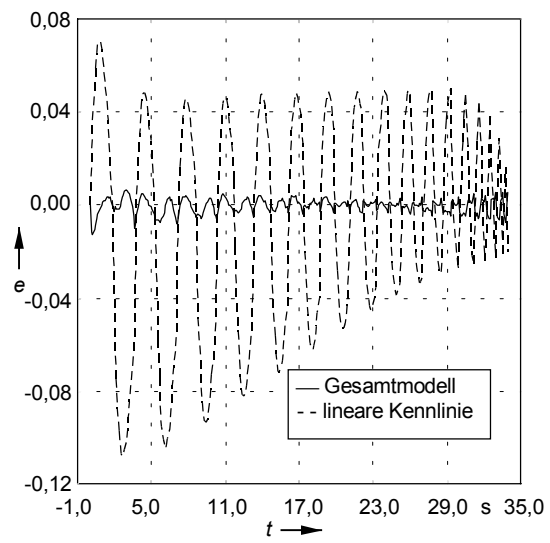


a)

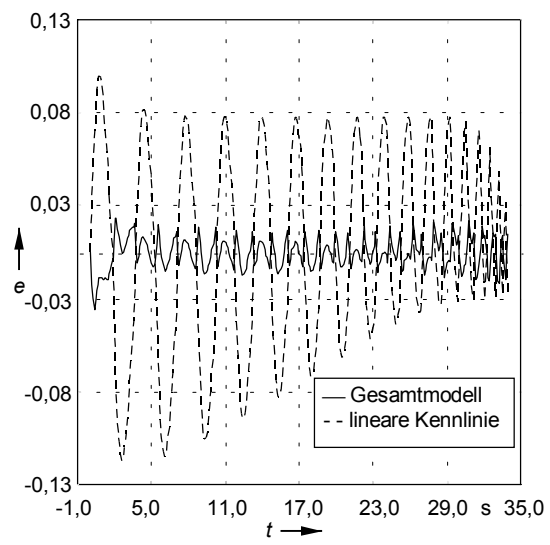


b)

Bild 8



a)



b)

Bild 9